ELiTM – kolokwium A, 6 grudzień 2016

Za każde zadanie można otrzymać 8 punktów.

1. Czy poniższa formuła jest tautologią, kontrtautologią, spełnialna:

$$(p \Rightarrow (q \vee r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow r).$$

2. Udowodnij lub podaj kontrprzykład: jeśli $A \subseteq C$, to $A \setminus (B \setminus C) = A$.

3. Wyznacz zbiór $\mathcal{P}(\{1,2\} \times \{1\}) \times \{\emptyset\}$. Możesz użyć symbolu pary uporządkowanej (x, y).

4. Niech $A_{\epsilon,n} = \{x \in \mathbb{R} \colon n - \epsilon \leqslant x < n + \epsilon\}$, dla $\epsilon \in \mathbb{R}$ i $n \in \mathbb{N}$. Wyznacz

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \bigcap_{\epsilon > 0} A_{\epsilon,n}.$$

5. (*) Udowodnij: $\forall x (\bigcup \mathcal{P}(x) = x)$, gdzie $\mathcal{P}(x)$ to zbiór potęgowy x a $\bigcup x$ to suma uogólniona, czyli $\forall z (z \in \bigcup x \iff \exists w (w \in x \wedge z \in w))$.