

## ELiTM – kolokwium B, 6 grudzień 2016

Za każde zadanie można otrzymać 8 punktów.

1. Czy poniższa formuła jest tautologią, kontrtautologią, spełnialna:

$$\neg(p \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow (\neg(p \Rightarrow q) \wedge \neg(p \Rightarrow r)).$$

2. Udowodnij lub podaj kontrprzykład:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

3. Wyznacz zbiór  $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) \times \mathcal{P}(\emptyset)$ . Możesz użyć symbolu pary uporządkowanej  $(x, y)$ .
4. Niech  $A_{\epsilon, n} = \{x \in \mathbb{R} : n - \epsilon \leq x < n + \epsilon\}$ , dla  $\epsilon \in \mathbb{R}$  i  $n \in \mathbb{N}$ . Wyznacz

$$\bigcap_{\epsilon > 0} \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_{\epsilon, n}.$$

5. (\*) Udowodnij:  $\forall x (\bigcup \mathcal{P}(x) = x)$ , gdzie  $\mathcal{P}(x)$  to zbiór potęgowy  $x$  a  $\bigcup x$  to suma uogólniona, czyli  $\forall z (z \in \bigcup x \iff \exists w (w \in x \wedge z \in w))$ .