

ELiTM – kolokwium C, 6 grudzień 2016

Za każde zadanie można otrzymać 8 punktów.

1. Czy poniższa formuła jest tautologią, kontrtautologią, spełnialna:

$$(p \Rightarrow \neg(q \wedge r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow \neg q) \vee (p \Rightarrow \neg r)).$$

2. Udowodnij lub podaj kontrprzykład:

$$A \setminus (B \setminus C) \subseteq C \iff A \subseteq B \cup C.$$

3. Wyznacz zbiór $\mathcal{P}(\{\emptyset\} \times \mathcal{P}(\{\emptyset\}))$. Możesz użyć symbolu pary uporządkowanej (x, y) .

4. Niech $A_{n,m} = \{x \in \mathbb{R} : (n - \frac{1}{m+1}) < x \leq (n + \frac{1}{m+1})\}$, dla $m, n \in \mathbb{N}$. Wyznacz

$$\bigcap_{m \in \mathbb{N}} \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_{m,n}.$$

5. (*) Udowodnij: $\forall x (\bigcup \mathcal{P}(x) = x)$, gdzie $\mathcal{P}(x)$ to zbiór potęgowy x a $\bigcup x$ to suma uogólniona, czyli $\forall z (z \in \bigcup x \iff \exists w (w \in x \wedge z \in w))$.